



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش آزمون شماره ۱  
مردادماه ۱۴۰۴

دوازدهم  
ریاضی

## پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب - احمد رضا فلاح حسن محمدبیگی	مهديار شريف - مهدي حسيني
۳	گسسته	رسول حاجی زاده	رسول حاجی زاده - محمد خانگلدی	داریوش امیری - مهديار شريف
۴	فیزیک	علی نعیمی	محمد رضا خادمی - مرتضی میرخانی	محمد رضا خادمی - مهديار شريف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیگ محمدی - هادی مهدی زاده	کارو محمدی - پرهام امیری

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۳ صحیح است.

جملات دنباله هندسی را  $a$  و  $2a$  فرض کنید.

$$a, \circ, \circ, \circ, \circ, \circ, 2a$$

$$a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow 2a = a + 18 \Rightarrow a = 18$$

۲. گزینه ۴ صحیح است.

دنباله مثلثی  $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$   $\Rightarrow a_1 = 1, a_3 = 6, a_5 = 15, \dots$  تعداد مربع

$b_n$  یک الگوی درجه ۲ است.  $\Rightarrow a_4 = 10, a_5 = 15, a_6 = 21, a_7 = 28$  تعداد نقاط

$$b_n = \frac{1}{2}n^2 + bn + c \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{1}{2} + b + c = 4 \\ b_7 = 2 + 7b + c = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + c = \frac{7}{2} \\ 7b + c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{5}{2} \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow b_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{2}n + 1$$

$$b_n = \frac{1}{2}(n^2 + 5n) + 1$$

$$a_n - b_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}n^2 - \frac{5}{2}n - 1 = -2n - 1$$

$$a_{70} - b_{70} = -141$$

روشی دیگر:

دنباله مثلثی تا  $n+1$  به علاوه  $n$  نقطه:

$$b_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} + n$$

۳. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم جملات دنباله حسابی را  $n$  تا  $n$  تا جمع کنیم، اعداد به دست آمده خود یک دنباله حسابی جدید تشکیل می‌دهند.

جمع جمله سوم، جمع جمله دوم، جمع جمله اول

$$\text{جمع } n \text{ جمله سوم} + \text{جمع } n \text{ جمله اول} = \text{جمع } n \text{ جمله دوم} \times 2$$

از طرفی:

$$S_{2n} = \text{جمع } n \text{ جمله دوم} + \text{جمع } n \text{ جمله اول}$$

$$S_{2n} = \text{جمع } n \text{ جمله سوم} + S_{2n}$$

اگر جمع  $n$  جملات را با  $P_n$  نمایش دهیم، آنگاه:

$$\begin{cases} 106 = P_1 + P_2 \\ 243 = 106 + P_3 \Rightarrow 106 + 243 = P_1 + 106 + P_2 + P_3 \\ 2P_3 = P_1 + P_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_3 = 137 \\ P_2 = 111 \\ P_1 = 81 \end{cases} \Rightarrow P_3 = 106 + 2P_2 \Rightarrow P_2 = 81 \Rightarrow P_1 = 25$$

روش دوم:

$$\begin{cases} S_n + (S_n + nd) = 106 \\ S_n + (S_n + nd) + (S_n + 2nd) = 243 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2S_n + nd = 106 \\ S_n + nd = 81 \end{cases} \Rightarrow S_n = 106 - 81 = 25$$

۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$t_n = an^2 + bn + c \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = -1 \\ 9a + 3b + c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ 5a + b = 3 \end{cases}$$

$$a = 3, b = -12, c = 11 \Rightarrow t_n = 3n^2 - 12n + 11$$

$$\begin{cases} t_4 = 48 - 48 + 11 = 11 \\ t_5 = 75 - 60 + 11 = 26 \end{cases} \Rightarrow t_4 + t_5 = 37$$

راه دوم:

$$2 \quad -1 \quad 2 \quad 11 \quad 26 \Rightarrow t_4 + t_5 = 11 + 26 = 37$$

۵. گزینه ۲ صحیح است.

ریشه‌ها  $\alpha, \beta$   $\Rightarrow 2ax^2 + ax - 6 = 0$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-a}{2a} = -\frac{1}{2} \\ \alpha\beta = \frac{-6}{2a} = -\frac{3}{a} \end{cases}$$

ریشه‌ها  $\alpha + 1, 2\beta + 1$   $\Rightarrow 2ax^2 - ax + 2b = 0$

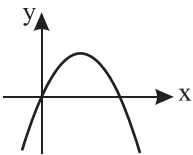
$$\Rightarrow \begin{cases} 2(\alpha + 1) + 2(2\beta + 1) = a \\ (2(\alpha + 1))(2(2\beta + 1)) = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha + 2\beta + 2 = a \\ 4(\alpha + 1)(2\beta + 1) = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 4 = b \Rightarrow 4(-\frac{3}{a}) + 2(-\frac{1}{2}) + 4 = b$$

$$\Rightarrow b = -12 \Rightarrow a + b = -11$$

۶. گزینه ۱ صحیح است.

نمودار سهمی به صورت زیر است:



$$\begin{cases} m - 2 < 0 \Rightarrow m < 2 \\ -\frac{2m-1}{m-2} > 0 \Rightarrow 2m - 1 > 0 \Rightarrow m > \frac{1}{2} \end{cases}$$

پس مقدار صحیح  $m$  برابر یک است.

۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\beta^2 - 4\beta + 2 = 0 \Rightarrow \beta^2 = 4\beta - 2$$

$$\Rightarrow \beta^2 = 4\beta^2 - 2\beta = 4(4\beta - 2) - 2\beta = 14\beta - 8$$

$$\Rightarrow \beta^2 + 8 = 14\beta$$

$$\alpha(\beta^2 + 8) = 14\alpha\beta = 14 \times 2 = 28$$

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{نکته: } \alpha + \beta + \gamma = 0 \Rightarrow \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} - 2 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta - 4 = -6\sqrt{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow m - 4 = 12 \Rightarrow m = 16$$

راه دوم:

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 2 \xrightarrow{\text{به توان } 2} \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 4 \Rightarrow \alpha + \beta + 3\sqrt{\alpha\beta}(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}) = 8$$

$$m + 3\sqrt{-\lambda(2)} = 8 \Rightarrow m - 12 = 8 \Rightarrow m = 20$$

۹. گزینه ۳ صحیح است.

اندازه قاعده مثلث با تفاضل ریشه‌ها برابر است.

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 - 8a + 16}}{2} = \frac{|a - 4|}{2}$$

ارتفاع مثلث با قدرمطلق  $y(0)$  برابر است.

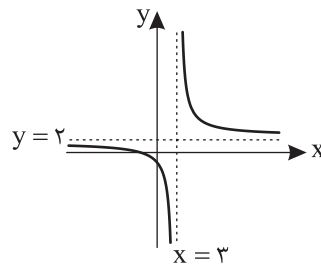
$$\frac{3}{4} = |y(0)| \times \frac{|a - 4|}{2} = |a - 2| \cdot \frac{|a - 4|}{4} \Rightarrow 3 = |a^2 - 6a + 8|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - 6a + 8 = 3 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 5 \\ a^2 - 6a + 8 = -3 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ یا } \frac{5}{4}$$



۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

نمودار تابع هموگرافیک  $y = \frac{2x+2}{x-3}$  شکل زیر است:



وقتی  $f(x) > 2$  داده شده پس حتماً  $x > 3$  خواهد بود. پس  $x - 3 > 0$  یعنی:

$$2x - 6 \leq 2x + 2 \leq (x+1)(x-3)$$

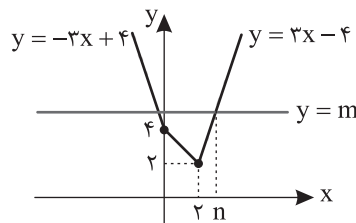
$$2x - 6 \leq 2x + 2 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$2(x+1) \leq (x+1)(x-3) \xrightarrow{x+1 > 0} 2 \leq x-3$$

پس در کل  $x \geq 5$  قابل قبول است پس  $\alpha = 5$  لذا  $\sqrt{3\alpha+1} = 4$ .

۱۱. گزینه ۱ صحیح است.

نمودار تابع  $y = 2|x-2| + |x|$  به صورت زیر است:



خط  $y = m$  نمودار تابع را در دو نقطه  $n$  و  $\frac{-1}{n}$  قطع می کند.

$$\begin{cases} 3n - 4 = m \\ \frac{3}{n} + 4 = m \end{cases} \Rightarrow 3n - 4 = \frac{3}{n} + 4 \Rightarrow 3n^2 - 8n - 3 = 0$$

$$n > 0 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow m + n = 8$$

۱۲. گزینه ۳ صحیح است.

اولاً با توجه به بازه داده شده باید ضریب  $x^2$  صفر باشد.

ثانیاً چون جواب دارای حداقل مقدار است، پس ضریب  $x$  هم منفی است.

$$3a - 6 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$b \in \mathbb{N}, 3b - 5 < 0 \Rightarrow b = 1$$

$$-2x + c - 2 < 0 \Rightarrow 2x > c - 2 \Rightarrow x > \frac{c-2}{2}$$

$$\frac{c-2}{2} = 2a + b \Rightarrow \frac{c-2}{2} = 5 \Rightarrow c = 12$$

$$c - ab = 12 - 2 = 10$$

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{ارتفاع} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{قاعده} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} \times \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{2}{16} (1+\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$$

$$S = \frac{1}{8} (8+4\sqrt{5}) = \frac{1}{2} (2+\sqrt{5}) = 1 + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$2 < S < 3 \Rightarrow [S] = 2$$

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

دو طرف تساوی را در  $x(x-1)(x+1)$  ضرب می کنیم:

$$\frac{2x(x^2-1)}{x^2-1} + \frac{ax(x^2-1)}{x^2-x} = \frac{3x(x^2-1)}{x^2+x}$$

$$\Rightarrow 2x + a(x+1) = 3(x-1) \Rightarrow ax - x = -a - 3 \Rightarrow x = \frac{a+2}{1-a}$$

به ازای  $a=1$  معادله جواب ندارد.

اگر  $x=0, \pm 1$  باشد، قابل قبول نیست.

$$\begin{cases} \frac{a+2}{1-a} = 1 \Rightarrow a = -1 \\ \frac{a+2}{1-a} = 0 \Rightarrow a = -3 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع} = 1 - 1 - 3 = -3$$

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

دو طرف تساوی را به توان ۲ می رسانیم:

$$x^2 = 2y - 10 + 8 - y + 2\sqrt{-2y^2 + 26y - 80} - 80$$

$$\Rightarrow y = y - 2 + 2\sqrt{-2y^2 + 26y - 80} \Rightarrow \sqrt{-2y^2 + 26y - 80} = 1$$

$$\Rightarrow -2y^2 + 26y - 80 = 1 \Rightarrow 2y^2 - 26y + 81 = 0 \Rightarrow y_1 + y_2 = 13$$

۱۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$x - \sqrt{3x^2 + x^3} = -1 \Rightarrow -\sqrt{3x^2 + x^3} = -1 - x$$

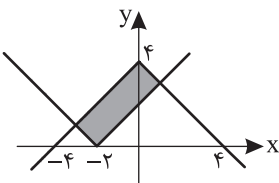
$$\Rightarrow \sqrt{3x^2 + x^3} = x + 1 \Rightarrow 3x^2 + x^3 = 1 + 2x + 2x^2 + x^3$$

$$\Rightarrow 1 + 3x = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha = -1 \\ -6\alpha = 2 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

نمودار توابع به صورت زیر است:



شیب تمام خطوط  $+1$  و  $-1$  است. پس در هر مثلث، ارتفاع نصف وتر است.

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3\right) = 16 - 1 - 9 = 6$$

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$a \times 3 + 4 = 5a \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$|x+1| + |x| = 5 \Rightarrow x < -1: -2x - 1 = 5 \Rightarrow x = -3$$

ریشه دیگر  $x = -3$  است.

### هندسه

۱۹. گزینه ۲ صحیح است.

پاره خط  $AB$  را در نظر می گیریم. نقطه  $M$  وسط  $AB$  است. پس

$MA = MB = 2$ . از نقطه  $A$  دو خط متقاطع  $d'$  و  $d$  با زاویه  $120^\circ$

رسم می کنیم. زاویه هر کدام از خطوط  $d$  و  $d'$  با  $AB$ ،  $60^\circ$  است.

مکان هندسی نقاطی که از  $M$  به فاصله  $\sqrt{3}$  باشند، دایره ای است به

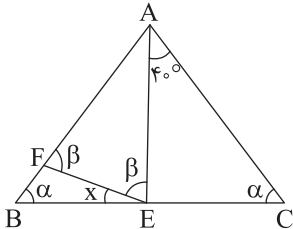
مرکز  $M$  و شعاع  $\sqrt{3}$ . از طرفی  $MH$  (فاصله  $M$  تا خطوط  $d$  یا  $d'$ )

برابر  $\sqrt{3}$  است.

$$MH = MA \times \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

چون A روی عمودمنصف EF قرار دارد، پس  $AF = AE$  و مثلث  $\triangle AEF$  متساوی‌الساقین است.



(۱)  $\triangle AEC$ : زاویه خارجی  $\beta + x$   $\hat{A} = 40^\circ + \alpha$

(۲)  $\triangle BEF$ : زاویه خارجی  $\beta$   $\alpha + x$

(۱), (۲):  $(\alpha + x) + x = 40^\circ + \alpha \Rightarrow 2x = 40^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$

(هندسه دهم، صفحه ۱۷)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

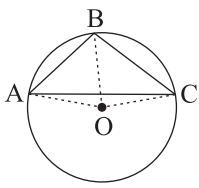
مرکز دایره‌ای که از سه رأس مثلث  $\triangle ABC$  عبور می‌کند، از سه رأس این مثلث به یک فاصله قرار دارد، پس مرکز این دایره همان نقطه

همرسی عمودمنصف‌های مثلث  $\triangle ABC$  است. کافی است تعیین کنیم که بزرگ‌ترین زاویه مثلث حاده، قائمه یا منفرجه است. طبق فرض داریم:

$$\hat{A} = \hat{B} - 2\hat{C} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A} + 2\hat{C} > \hat{A} + \hat{C}$$

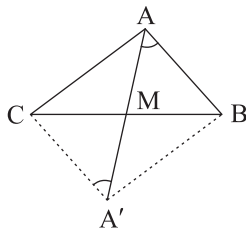
$$\xrightarrow{+ \hat{B}} 2\hat{B} > \underbrace{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}_{180^\circ} \Rightarrow \hat{B} > 90^\circ$$

بنابراین مثلث  $\triangle ABC$  منفرجه‌الزاویه است و نقطه همرسی عمودمنصف‌های آن بیرون مثلث قرار دارد.



(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.



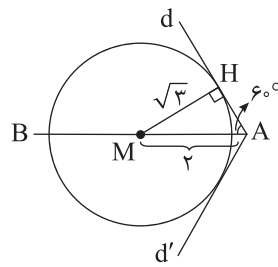
در مثلث  $\triangle ABC$  میانه  $AM$  را به اندازه خودش تا نقطه  $A'$  امتداد می‌دهیم. در چهارضلعی  $ABA'C$  اقطار یکدیگر را نصف کرده‌اند. پس این ضلعی متوازی‌الاضلاع است. بنابراین:

$A'C = AB$ ,  $\hat{MAB} = \hat{MA'C}$

حال در مثلث  $\triangle AA'C$  داریم:

$AB < AC \Rightarrow A'C < AC$ ,  $\hat{MAC} < \hat{MA'C} \Rightarrow \hat{MAC} < \hat{MAB}$

(هندسه دهم، صفحه ۲۱)



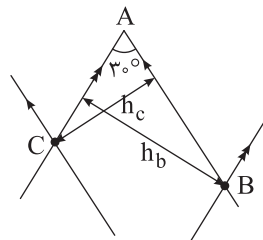
یعنی دایره بر خطوط  $d$  و  $d'$  مماس است. پس معادله دارای ۲ جواب است.

(هندسه دهم، صفحه ۱۰)

۲۰. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا زاویه  $\hat{A} = 30^\circ$  را رسم می‌کنیم. سپس به موازات یکی از اضلاع زاویه و به فاصله  $h_b = 4$  از آن خطی رسم می‌کنیم تا ضلع دیگر را در نقطه  $B$  قطع کند. سپس به موازات ضلع دیگر زاویه، خطی به فاصله  $h_c = 3$  از آن رسم می‌کنیم تا ضلع دیگر زاویه را در نقطه  $C$  قطع

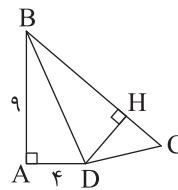
کند. مثلث  $\triangle ABC$  تنها جواب است.



(هندسه دهم، صفحه ۱۰)

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. پس اگر از  $D$  عمود  $DH$  را بر ضلع  $BC$  وارد کنیم، آنگاه  $DH = DA = 4$  پس:



$$\left. \begin{array}{l} AD = DH \\ BD = BD \\ \hat{A} = \hat{H} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع قائمه}} \triangle ABD \cong \triangle BDH \Rightarrow BH = AB = 9$$

در نتیجه:

$CH = BC - BH = 12 - 9 = 3$

$\triangle DHC$ :  $DC^2 = DH^2 + CH^2 \Rightarrow DC^2 = 4^2 + 3^2 = 25$   
 $\Rightarrow DC = 5$

بنابراین:

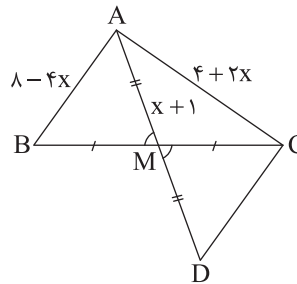
محیط  $ABCD = AB + BC + CD + AD = 9 + 12 + 5 + 4 = 30$

(هندسه دهم، صفحه ۱۲)



۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

مطابق شکل میانه AM را از طرف M به اندازه خودش امتداد می دهیم تا نقطه D حاصل شود.



دو مثلث  $\triangle ABM$  و  $\triangle DCM$  به حالت تساوی دو ضلع و زاویه بین هم نهشت هستند، پس  $CD = AB$ .

طبق قضیه نامساوی مثلثی در مثلث  $\triangle ACD$  داریم:

$$1) AC + CD > AD \Rightarrow 4 + 2x + 8 - 4x > 2(x + 1) \Rightarrow 4x < 10$$

$$\Rightarrow x < \frac{5}{2}$$

$$2) AC + AD > CD \Rightarrow 4 + 2x + 2(x + 1) > 8 - 4x \Rightarrow 8x > 2$$

$$\Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

$$3) AD + CD > AC \Rightarrow 2(x + 1) + 8 - 4x > 4 + 2x \Rightarrow 4x < 6$$

$$\Rightarrow x < \frac{3}{2}$$

از طرفی طول اضلاع باید مثبت باشد، بنابراین از اشتراک جوابها،

محدوده  $x$  به صورت  $\frac{1}{4} < x < \frac{3}{2}$  به دست می آید و در نتیجه مقدار

$$x = \frac{3}{4}$$
 قابل قبول نیست.

(هندسه دهم، صفحه های ۱۱ و ۲۷)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا درایه های ماتریس  $AB$  را به دست می آوریم.

$$AB = \begin{bmatrix} a & 2 \\ -1 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a + 2 & -a + 2c \\ -2 + b & 1 + bc \end{bmatrix}$$

در ماتریس اسکالر درایه های روی قطر مساوی اند و سایر درایه ها صفر هستند، پس:

$$\begin{cases} -a + 2c = 0 \Rightarrow a = 2c \\ -2 + b = 0 \Rightarrow b = 2 \\ 2a + 2 = 1 + bc \Rightarrow 4c + 2 = 1 + 2c \Rightarrow c = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -1 \end{cases}$$

بنابراین:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$BA = \text{مجموع درایه های ستون اول} = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۸)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا درایه های ماتریس  $A$  را پیدا می کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \\ -1 & 2 & -4 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

پس:

$$A^T = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \\ -1 & 2 & -4 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \\ -1 & 2 & -4 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -4 & -8 \\ 5 & 11 & -15 \\ -7 & 1 & 23 \end{bmatrix}$$

$$A^T - 11I = \begin{bmatrix} 14 & -4 & -8 \\ 5 & 11 & -15 \\ -7 & 1 & 23 \end{bmatrix} - 11 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 & -8 \\ 5 & 0 & -15 \\ -7 & 1 & 12 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه های این ماتریس برابر  $-13$  است.

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۱ و ۱۷)

۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

با کمی دقت متوجه می شویم:

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \bar{0}$$

بنابراین  $A^m B^n = \bar{0}$  است.

از طرفی:

$$(2C^T A + A^T) \times (B^T C + BA)$$

$$= 2C^T \underbrace{AB^T C}_{\bar{0}} + 2C^T \underbrace{ABA}_{\bar{0}} + \underbrace{A^T B^T C}_{\bar{0}} + \underbrace{A^T BA}_{\bar{0}} = \bar{0}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

۲۹. گزینه ۱ صحیح است.

برای پیدا کردن یک الگوی مناسب، ابتدا ماتریس  $A^T$  و سپس در

صورت لزوم ماتریس  $A^3$  را محاسبه می کنیم.

$$A^T = A \times A = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -12 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^T \times A = \begin{bmatrix} 4 & -12 \\ 4 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} = -8I$$

با توجه به اینکه ماتریس  $A^3$  مضربی از ماتریس همانی است، می توان نوشت:

$$A^{100} = (A^3)^{33} A = (-2^3 I)^{33} A = (-2^{99} I) A = -2^{99} A$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

چون  $A$  ماتریس اسکالر هم مرتبه با ماتریس  $B$  است پس

$$A \times B = B \times A$$

$$(A - B)^T = A^T - 2AB + B^T$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

(دقت کنید! ماتریس اسکالر است پس  $A = mI$  پس  $A \times B = mB$ )

و  $B \times A = mB$  به همین علت  $A \times B = B \times A$  است.)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۹)

در گزینه ۴ چون تالی (که q است) ارزش دارد بنابراین کل گزاره شرطی ارزش درست خواهد داشت.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹)

۳۷. گزینه ۳ صحیح است.

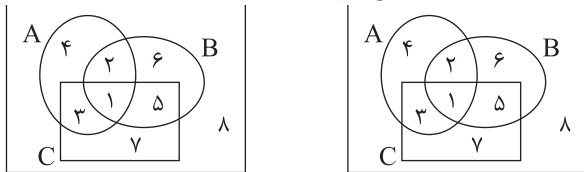
اگر X را m در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Delta m + 3y &\geq m^2 - 1 \Rightarrow m^2 - \Delta m - 1 \leq 3y, \quad 3y \leq 3m \\ \Rightarrow m^2 - \Delta m - 1 &\leq 3m \Rightarrow m^2 - 4m - 1 \leq 0 \Rightarrow m \leq 8 \\ \Rightarrow m_{\max} &= 8 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۲)

۳۸. گزینه ۱ صحیح است.

مجموعه‌های سمت چپ و راست را با شماره‌گذاری مناسب در نمودارهای ون هاشور می‌زنیم:



$$A \cap (B \cup C) = 123$$

$$(A - B) \cup C = 13457$$

$$2 = \emptyset, \quad 4 = 5 = 7 = \emptyset$$

با تهی شدن ناحیه‌های ۵ و ۷ معلوم می‌شود که  $C - A$  تهی است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۹)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

مجموعه A دارای ۴ عضو است. پس مجموعه  $P(A)$  یک مجموعه  $2^4$  یعنی ۱۶ عضوی می‌شود که چهار عضو  $\{\}, \{3\}, \{4\}, \{3, 4\}$  در  $P(B)$  نیز هستند، بنابراین جواب مورد نظر  $16 - 4 = 12$  خواهد شد. نکته: در واقع باید  $n(P(A)) - n(P(A \cap B))$  را حساب کنید.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۷)

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} A - B &= \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{1, 2\} \\ \Rightarrow |A - B| &= 2 \\ A \cap C &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 5, 7, 9\} = \{3, 5\} \\ \Rightarrow |A \cap C| &= 2 \\ \Rightarrow |(A - B) \times (A \cap C)| &= |A - B| \times |A \cap C| = 2 \times 2 = 4 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۰)

### فیزیک

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا حجم اولیه آب درون ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$V = \frac{5}{1000} (2000 \text{ cm}^3) = 1000 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه  $800 \text{ cm}^3$  آب از ظرف بیرون ریخته است، پس بنابراین حجم ظاهری جسم فلزی  $1800 \text{ cm}^3$  می‌باشد.

اکنون حجم واقعی فلز را به کمک رابطه  $V = \frac{m}{\rho}$  محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{9000 \text{ g}}{6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 1500 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 300 \text{ cm}^3$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

### ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۱ صحیح است.

عکس نقیض یک گزاره شرطی که با خود آن گزاره هم‌ارز است، به شکل زیر است:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

در برهان خلف نیز به جای اثبات حکم از روی فرض (یعنی  $p \Rightarrow q$ ) ثابت می‌کنند خلاف حکم ما را به خلاف فرض (یا خلاف هر گزاره درست دیگری) می‌رساند (یعنی  $\sim p \Rightarrow \sim q$ ).

(ریاضیات گسسته، صفحه ۵)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

اگر  $4k + 1$  مربع کامل باشد، آنگاه k به فرم حاصل ضرب دو عدد حسابی متوالی است.

بنابراین:

$k, k' \in \{0 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, 4 \times 5, 5 \times 6, 6 \times 7, 7 \times 8, \dots\}$   
دو عضوی از اعضای آن مجموعه که اختلافشان ۱۲ واحد باشد،  $3^0$  و  $4^2$  است که مجموعی برابر با ۷۲ دارند.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

اگر هر سه عدد،  $a_1, a_2, a_3$  فرد باشند، آنگاه حاصل گزینه ۳ فرد خواهد شد ولی هر سه گزینه دیگر حاصلی همیشه زوج خواهند داشت.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۶)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

اثبات گزاره I: دو حالت وجود دارد:  $a = 0$  یا  $a \neq 0$ .

اگر  $a = 0$  که اثبات تمام است.

$$\text{اگر } a \neq 0 \text{ آنگاه } \frac{1}{a} \in \mathbb{R}$$

$$\frac{1}{a} \cdot (a \cdot b \cdot c) = \frac{1}{a} \cdot 0 \Rightarrow b \cdot c = 0$$

باز دو حالت وجود دارد:  $b = 0$  یا  $b \neq 0$ .

اگر  $b = 0$  که اثبات تمام است.

$$\text{اگر } b \neq 0 \text{ آنگاه } \frac{1}{b} \in \mathbb{R}$$

$$\frac{1}{b} \cdot (b \cdot c) = \frac{1}{b} \cdot 0 \Rightarrow c = 0 \quad \checkmark$$

اثبات گزاره II: عدد a به یکی از سه فرم  $2k, 2k+1, 2k+2$  است. در حالت اول  $2k+1$ ، در حالت دوم  $2k+2$  و بالاخره در حالت سوم  $2k+4$  مضرب ۳ خواهند شد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴)

۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\begin{cases} \text{I راه حل: } a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0 \\ \text{II راه حل: } a^2+b^2+2ab \geq 4ab \Leftrightarrow a^2+b^2-2ab \geq 0 \\ \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۷)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} p \Rightarrow q \equiv T &\Rightarrow \sim p \vee q \equiv T \\ \sim q \Rightarrow p \equiv T &\Rightarrow q \vee p \equiv T \\ \Rightarrow q \vee (\sim p \wedge p) &\equiv T \Rightarrow q \vee F \equiv T \Rightarrow q \equiv T \end{aligned}$$



۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (ج) نادرست می‌باشند.

(ب) آزمایش و مشاهده در فیزیک، اهمیت زیادی دارد. اما آنچه که بیش از همه در پیشبرد علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌هایی است که با آنها مواجه می‌شوند.

(ج) ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۲ و ۳)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

دقت اندازه‌گیری در وسایل اندازه‌گیری رقمی برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن وسیله نشان می‌دهد.

(فیزیک دهم، صفحه ۱۵)

۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

کمیت‌های جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو و میدان الکتریکی برداری‌اند.

(فیزیک دهم، صفحه ۶)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

در حرکت این جسم می‌توان از نیروی مقاومت هوا چشم‌پوشی کرد. چون جسم کوچک است و تندی آن هم زیاد نیست، تغییر وزن در صورتی قابل ملاحظه می‌شود که تغییر ارتفاع زیاد و در حد ده‌ها کیلومتر باشد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی سایر موارد:

(الف) وجود بادبان باعث می‌شود نیروی مقاومت هوا نقش تعیین‌کننده‌ای در حرکت قایق داشته باشد.

(ب) چون دانه برف با تندی ثابت حرکت می‌کند، پس نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا با هم برابرند و نمی‌توان از آن چشم‌پوشی کرد.

(ه) در افتادن برگ از درخت نیروی مقاومت هوا به واسطه سطح تماس بزرگ‌تر اثر مهم و تعیین‌کننده دارد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم بر اثر ذوب شدن یخ و تبدیل آن به آب، حجم کاهش می‌یابد. ولی جرم آن ثابت باقی می‌ماند و به همین دلیل چگالی ماده زیاد می‌شود.

$$\Delta V = -15 \text{ cm}^3 \Rightarrow V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = -15 \text{ cm}^3$$

$$\frac{m}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = -15 \Rightarrow \frac{m}{1} - \frac{m}{0.9} = -15$$

$$\frac{-0.1m}{0.9} = -15 \Rightarrow m = 135 \text{ g}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$40 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 40 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} = 2.4 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

توجه داشته باشید که کمیت‌های اصلی همگی نرده‌ای‌اند: طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، شدت جریان الکتریکی و شدت روشنایی همچنین کمیت‌های فرعی و برداری عبارتند از: سرعت، شتاب، نیرو، بردار مکان، بردار جابه‌جایی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و ... (فیزیک دهم، صفحه ۷)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

اگر  $\frac{X}{100}$  از حجم داخلی جسم را جدا کنیم، جرم آن به اندازه  $\frac{X}{100}$  کاهش می‌یابد. اگر  $m = \rho V$  اگر  $\rho$  چگالی فلز و  $\rho'$  چگالی جسم پس از جدا کردن ماده از درون آن باشد، داریم:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho' = \frac{m - m'}{V} = \frac{m - \frac{X}{100}m}{V} = \frac{m(1 - \frac{X}{100})}{V}$$

$$\rho' = \rho(1 - \frac{X}{100})$$

$$2 = 8(1 - \frac{X}{100}) \Rightarrow 1 - \frac{X}{100} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{X}{100} \Rightarrow X = \frac{300}{4} = 75$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

بر طبق رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  شیب نمودار حجم برحسب جرم برابر وارون چگالی ( $\frac{1}{\rho}$ ) است.

$$\frac{1}{\rho_A} = \tan \theta = \tan 37^\circ = \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \rho_A = \frac{4}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\frac{1}{\rho_B} = \tan \theta' = \tan 53^\circ = \frac{\sin 53^\circ}{\cos 53^\circ} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \rho_B = \frac{3}{4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{(\frac{4}{3} V_A) + (\frac{3}{4} \times 2 V_A)}{V_A + 2 V_A} = \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{2}}{3} = \frac{11}{6} = \frac{17}{18} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{چگالی مخلوط از رابطه } \rho_T = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \text{ به دست می‌آید.}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{10}{0.6(V_A + V_B)} = \frac{8}{0.4(V'_A + V'_B)}$$

$$\Rightarrow 6 \left( \frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B} \right) = 8 \left( \frac{m'_A}{\rho_A} + \frac{m'_B}{\rho_B} \right)$$

$$\Rightarrow 6 \left( \frac{4}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B} \right) = 8 \left( \frac{6}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B} \right) \Rightarrow \frac{24}{\rho_A} + \frac{12}{\rho_B} = \frac{30}{\rho_A} + \frac{10}{\rho_B}$$

$$\Rightarrow \frac{-6}{\rho_A} = \frac{-2}{\rho_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 3$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

این وسیله ریزسنج نام دارد که دقت آن ۰.۱٪ میلی‌متر می‌باشد که برحسب سانتی‌متر  $10^{-4}$  خواهد بود.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۴، ۱۵ و ۲۱)

$$\frac{t=0}{v=12 \frac{m}{s}} \rightarrow k = \frac{4}{3} \Rightarrow v = \frac{4}{3}(t-2)^2$$

$$v_{t=3s} = \frac{4}{3} \frac{m}{s}, v_{t=6s} = \frac{64}{3} \frac{m}{s} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

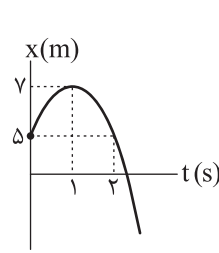
$$a_{av} = \frac{v(6) - v(3)}{6 - 3} = \frac{\frac{64}{3} - \frac{4}{3}}{3} = \frac{20}{3} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم.

$$t_{\text{رأس}} = \frac{-4}{2(-2)} = 1s$$

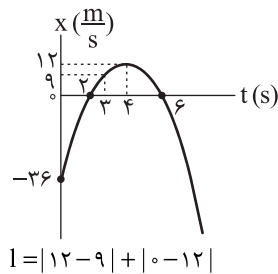


اندازه شیب خط مماس بر نمودار (تندی) ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود، پس حرکت متحرک در ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و همچنین در لحظه  $t = 1s$  تغییر جهت داده است و در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 2s$  در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند (X نزولی است) و تنها یکبار از مبدأ مکان گذشته است یعنی علامت X یکبار عوض شده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳ تا ۸)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

برای محاسبه تندی متوسط، ابتدا باید مسافت طی شده را به دست آوریم که برای این کار از ترسیم نمودار مکان - زمان بهره می‌گیریم.

$$x = -3t^2 + 24t - 36 = -3(t^2 - 8t + 12) = -3(t-2)(t-6)$$


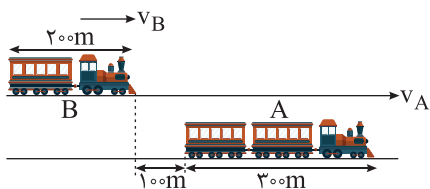
$$l = |12 - 9| + |0 - 12|$$

$$l = 3m + 12m = 15m \Rightarrow S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{15}{3} = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

معادله مکان - زمان ابتدای قطارها را می‌نویسیم:



$$v_A = 90 \times \frac{1000}{3600} = 25 \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = 25t + 400$$

$$v_B = 144 \times \frac{1000}{3600} = 40 \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = 40t$$

$$x_B = x_A + l_B \Rightarrow 40t = 25t + 600 \Rightarrow t = \frac{600}{15} = 40s$$

طول قطار B

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

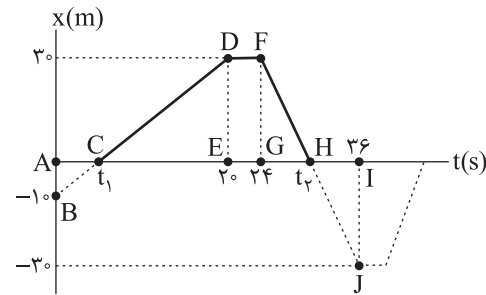
اینکه بردار مکان همسو با محور X باشد، یعنی  $X > 0$ . یعنی باید زمان‌های  $t_1$  و  $t_2$  را معین کنیم که با استفاده از تشابه مثلث‌های مشخص شده روی شکل داریم:

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta CDE} \Rightarrow \frac{t_1}{10} = \frac{20 - t_1}{30} \Rightarrow t_1 = 5s$$

$$\frac{\Delta FGH}{\Delta HIJ} \Rightarrow t_2 - 24 = 36 - t_2 \Rightarrow t_2 = 30s$$

مسافت طی شده در مدت  $t = 5s$  تا  $t = 30s$  مساحت چهارضلعی CDFH است.

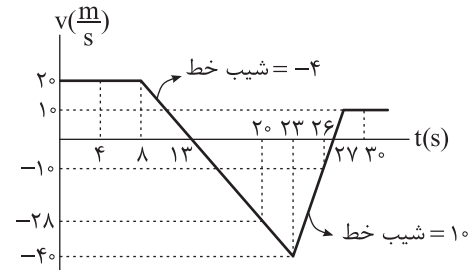
$$l = \frac{25+4}{2} \times 30m, S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{15 \times 29}{25} = 17.4 \frac{m}{s}$$



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

شتاب متوسط مطابق رابطه  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  به دست می‌آید، پس باید به کمک نمودار داده شده سرعت متحرک را در لحظات  $t_1 = 4s$  و  $t_2 = 20s$  به دست آوریم:



$$v_{t_1=4s} = 20 \frac{m}{s}$$

$$v_{t_2=20s} = -28 \frac{m}{s}$$

$$a_{av}(4s, 20s) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(20) - v(4)}{20 - 4} = \frac{-28 - (+20)}{16} = \frac{-48}{16} = -3 \frac{m}{s^2}$$

در مدت  $t = 23s$  تا  $t = 27s$  شتاب متحرک ثابت است که برابر با شیب نمودار در بازه  $(23s, 27s)$  می‌باشد. پس شتاب در  $t = 26s$  هم همان است.

$$a(26) = a_{av}(23s, 27s) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(27) - v(23)}{27 - 23} = \frac{0 - (-40)}{4} = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_{av}(4s, 20s)}{a(26)} = \frac{-3}{10} = -0.3$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا به کمک نمودار داده شده معادله سرعت را به دست می‌آوریم:

$$v(t) = k(t - t_s)^2 \Rightarrow v(t) = k(t - 2)^2$$



۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$\vec{d} = \vec{v}_{av} \cdot \Delta t$$

$$\vec{d}_{(4 \rightarrow 10)} = 6 \times 8 \vec{i} = 48 \vec{i}$$

$$\vec{d}_{(10 \rightarrow 16)} = 6 \times (-4 \vec{i}) = -24 \vec{i}$$

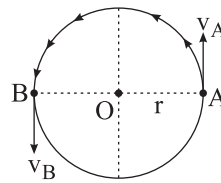
$$\vec{d}_{(4 \rightarrow 16)} = 48 \vec{i} - 24 \vec{i} = 24 \vec{i}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{24 \vec{i}}{12} = 2 \vec{i}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴ و ۵)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل داریم:



$$|\vec{v}_A| = |\vec{v}_B|, \Delta \vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 2\vec{v}_B$$

$$\vec{v}_A = -\vec{v}_B$$

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{|2\vec{v}_B|}{\Delta t} = \frac{2 \times 8}{2/4} = \frac{2 \times 8}{0.5} = 32 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$v_{t=6s} = 36 - 24 + 5 = 17 \frac{m}{s}$$

$$v_{t=8s} = 64 - 32 + 5 = 37 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(8) - v(6)}{8 - 6} = \frac{37 - 17}{2} = \frac{20}{2} = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{a}_{av} = (+10 \frac{m}{s^2}) \vec{i}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۶۳. گزینه ۳ صحیح است.

در نمودار سرعت - زمان هرگاه نمودار به محور زمان نزدیک می شود، بیانگر کاهش اندازه سرعت یا همان تندی می باشد. بنابراین در بازه های زمانی  $(0, t_1)$  و  $(t_2, t_3)$ ، تندی متحرک کاهش می یابد. همچنین شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان بیانگر شتاب لحظه ای می باشد، بنابراین در بازه زمانی  $(0, t_2)$  شیب خط مماس منفی، شتاب منفی و در بازه زمانی  $(t_2, t_4)$  شیب خط مماس مثبت، شتاب مثبت خواهد بود. پس پاسخ تست گزینه ۳ یعنی بازه  $(t_2, t_4)$  خواهد بود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

فاصله متحرک از مبدأ یعنی  $|x|$

$$x = t^2 - 6t + 11 = (t - 3)^2 + 2 \Rightarrow x \geq 2$$

یعنی کمترین مقدار  $|x|$  در  $t = 3s$  و برابر ۲ متر است.

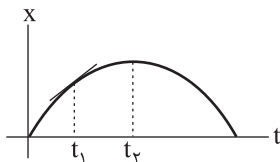
(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶ تا ۹)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

در بازه صفر تا  $t_1$ ، حرکت کندشونده  $(|v|$  کم می شود) در جهت مثبت محور مکان است.  $(v > 0)$   
 در بازه  $t_1$  تا  $t_2$ ، حرکت تندشونده  $(|v|$  زیاد می شود) در جهت منفی محور مکان است.  $(v < 0)$   
 در بازه  $t_2$  تا  $t_3$ ، حرکت کندشونده  $(|v|$  کم می شود) در جهت منفی محور مکان است.  $(v < 0)$   
 در بازه زمانی  $t_3$  تا  $t_4$ ، حرکت تندشونده  $(|v|$  زیاد می شود) در جهت مثبت محور مکان است.  $(v > 0)$   
 (فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۱ و ۱۲)

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

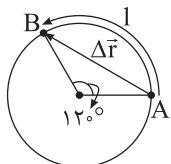
موارد (ب) و (د) درست است.  
 حرکت در مسیر منحنی الزاماً شتاب دار است زیرا جهت سرعت در هر لحظه تغییر می کند.  
 اگر تقعر نمودار مکان - زمان رو به پایین باشد، شتاب حرکت منفی است یعنی شتاب در خلاف جهت محور مکان است.  
 مطابق شکل در لحظه  $t_1$  شیب خط مماس بر نمودار مثبت است.



$v > 0$  و حرکت در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  کندشونده است. در حرکت کندشونده شتاب و سرعت در خلاف جهت یکدیگرند. پس  $a < 0$ .  
 در لحظه هایی که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان صفر است، سرعت متحرک صفر می شود ولی الزاماً جهت حرکت تغییر نمی کند.  
 اگر نمودار مکان - زمان حرکت بر خط راست دایره ای شکل باشد در یک لحظه معین ذره می تواند در دو مکان باشد که غیرممکن است.  
 (فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

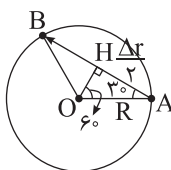
۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

در مدت زمان ۴s که برابر  $\frac{1}{3}$  دوره حرکت است، مطابق شکل اگر ذره از نقطه A حرکت کرده باشد به نقطه B می رسد.



$$l = \frac{1}{3} (2\pi R) = \frac{2\pi R}{3}$$

مسافت طی شده



در مثلث قائم الزاویه OAH:

$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{R}$$

$$AH = \frac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = R\sqrt{3} \Rightarrow \Delta r = R\sqrt{3}$$



شیمی

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

رتبه گوگرد در هر دو سیاره یکسان است اما فراوانی آن یکسان نیست. بررسی سایر گزینه‌ها:  
 (۱) اختلاف درصد فراوانی دو عنصر فراوان‌تر در سیاره مشتری (H, He) بیشتر از این اختلاف در سیاره زمین است. (Fe, O)  
 (۳) مقایسه فراوانی گازهای نجیب موجود در سیاره مشتری به صورت  $He > Ar > Ne$  می‌باشد.  
 (۴) سومین عنصر فراوان در سیاره زمین دارای نماد دوحرفی بوده و شبه‌فلز می‌باشد. (Si)

(شیمی دهم، صفحه ۳)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت نادرست: سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده است که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

در بین ایزوتوپ‌های اورانیم ( $^{238}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ), ایزوتوپ  $^{238}\text{U}$  فراوان‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) هیدروژن، ۴ ایزوتوپ ساختگی دارد که این تعداد با تعداد نوترون‌های  $^7\text{Li}$  برابر است.

(۲) هیدروژن دارای ۲ ایزوتوپ پایدار است که این تعداد با تعداد نوترون‌های فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی آن ( $^3\text{H}$ ) برابر است.

(۳) فراوان‌ترین ایزوتوپ هیدروژن،  $^1\text{H}$  است که فاقد نوترون است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵ تا ۱۵)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

از نظر فراوانی، اکسیژن در سیاره زمین در رتبه دوم و در سیاره مشتری در رتبه چهارم است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱ تا ۴)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

اغلب هسته‌هایی که نسبت عدد جرمی به عدد اتمی در آنها بزرگ‌تر یا مساوی ۲/۵ است، ناپایدارند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) در هسته یک اتم اغلب رابطه  $n \geq p$  برقرار است.

(۲) هسته ایزوتوپ‌های ناپایدار ماندگار نیست و اغلب بر اثر تلاشی مقدار زیادی انرژی آزاد می‌کنند.

(۴) ایزوتوپ‌های پرتوزا و ناپایدار، رادیوایزوتوپ نامیده می‌شوند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$A^{2+} : 2b - 4 - 2 = 2b - 6$$

$$2b - 6 = 2a - 2 \Rightarrow 2b - 2a = 4 \quad (I)$$

$$C \text{ تعداد نوترون‌های } = (4b + a) - (2b + 3a) = 2b - 2a$$

$$\xrightarrow{(I)} C = 4 \text{ تعداد نوترون‌های } C$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

توجه کنید طول وتر دایره  $(\Delta r)$  را می‌توانیم از رابطه زیر به دست آوریم:  
 $\Delta r$  زاویه مرکزی رو به وتر است.

$$\Delta r = 2R \sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)$$

$$\Delta r = 2R \sin 60^\circ = 2R \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}R$$

$$\frac{1}{\Delta r} = \frac{2\pi R}{\sqrt{3}R} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$x_A = x_B \Rightarrow t^2 = 20t - 75$$

$$t^2 - 20t + 75 = 0 \Rightarrow (t-5)(t-15) = 0 \Rightarrow t_1 = 5s, t_2 = 15s$$

$$(x_A)_1 = 5^2 = 25$$

$$(x_A)_2 = 15^2 = 225$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{225 - 25}{15 - 5} = \frac{200}{10} = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

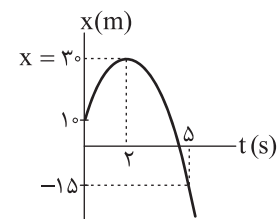
معادله مکان - زمان داده شده تابع درجه دوم از زمان است و نمودار مکان - زمان مربوط به آن سهمی شکل است:

$$x = -5t^2 + 20t + 10$$

$$t = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2 \times (-5)} = 2s \text{ رأس سهمی}$$

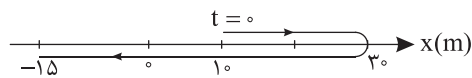
$$t = 2s \Rightarrow x = (-5 \times 2^2) + (20 \times 2) + 10 = 30m$$

$$t = 5s \Rightarrow x = (-5 \times 5^2) + (20 \times 5) + 10 = -125 + 100 + 10 = -15m$$



مسافت طی شده در بازه صفر تا ۵s برابر است با:

$$l = |30 - 10| + |-15 - 30| = 20 + 45 = 65m$$



$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{65}{5} = 13 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷ و ۸)

۷۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = 6 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 6 \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 6 \times -\frac{1}{2} = -3 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = 6 \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 6 \sin \frac{\pi}{6} = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{3 - (-3)}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱)



۷۷. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{100 - F_1}{F_1} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = 76.2/5 \\ F_2 = 37.7/5 \end{cases}$$

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2}$$

$$\Rightarrow 181.75 = \frac{(M_1 \times 62/5) + ((M_1 + 10) \times 37/5)}{100}$$

$$\Rightarrow 18175 = 62/5 M_1 + 37/5 M_1 + 375 \Rightarrow \begin{cases} M_1 = 178 \\ M_2 = 188 \end{cases}$$

با توجه به اینکه در ایزوتوپ سبک‌تر اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها برابر ۳۸ است. پس:

$$\begin{cases} n + p = 178 \\ n - p = 38 \end{cases} \Rightarrow p = 70$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$114g Cl_x O_x \times \frac{1 \text{ mol}}{71 + 16x \text{ g}} \times \frac{x \text{ mol O}}{1 \text{ mol}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ O}}{1 \text{ mol O}}$$

$$= 108.36 \times 10^{23} \text{ O} \Rightarrow x = 3$$

$$238g Cl_x O_x \times \frac{1 \text{ mol Cl}_x O_x}{119g Cl_x O_x} \times \frac{2 \text{ mol Cl}}{1 \text{ mol Cl}_x O_x} = 4 \text{ mol Cl}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

تنها عبارت (پ) نادرست است.

بررسی عبارت نادرست: یکای رایج اندازه‌گیری جرم در آزمایشگاه گرم است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \times \frac{F_2}{100} \Rightarrow 28.8 = 28 + (30 - 28) \times \frac{F_2}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{2F_2}{100} = 0.8 \Rightarrow F_2 = 40 \Rightarrow \underbrace{F_1 = 60}_{\text{فراوانی } {}^{28}\text{X}}$$

$$? \text{ atom } {}^{28}\text{X} = 115.2g \text{ X} \times \frac{1 \text{ mol X}}{28.78g \text{ X}} \times \frac{N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol X}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ X}}{100 \text{ X atom}}$$

$$= 2.4 N_A$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۸۱. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$M_1 = 18 \text{ amu}, M_2 = 20 \text{ amu}$$

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 19.2 = \frac{18F_1 + 20(100 - F_1)}{100}$$

$$\Rightarrow 1920 = 18F_1 + 2000 - 20F_1 \Rightarrow \begin{cases} F_1 = 40 \\ F_2 = 60 \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}$$

(شیمی دهم، صفحه ۱۵)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$A_1 X, A_2 Y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{برابری الکترون‌ها: } Z_1 - 2 = Z_2 + 3 \Rightarrow Z_1 - Z_2 = 5 \\ \text{برای نوترون‌ها: } A_1 - Z_1 = 70 - Z_2 \Rightarrow A_1 - 70 = \frac{Z_1 - Z_2}{5} \\ A_1 - 70 = 5 \Rightarrow A_1 = 75 \end{cases}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۸۳. گزینه ۳ صحیح است.

اگر به اتم‌های گازی شکل یک عنصر گرما داده شود، الکترون برای انتقال به لایه‌های بالاتر باید دقیقاً انرژی برابر با اختلاف انرژی دو لایه را جذب کند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (ت) صحیح می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) سطح انرژی لایه اول الکترونی هیدروژن و لیتیم یکسان نیست و به عدد اتمی وابسته است.

(پ) کاربرد طیف نشری خطی از برخی جنبه‌ها مانند کاربرد خط نماد روی بسیاری از کالاها است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۹ تا ۳۰)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

انرژی پرتوهای گاما بیشتر از امواج فرسرخ و طول موج آن کمتر از امواج رادیویی است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) هر نوار رنگی در طیف نشری خطی هر عنصر، پرتوهای نشرشده هنگام بازگشت الکترون به لایه‌های پایین‌تر را نشان می‌دهد.

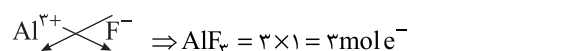
(۲) در طیف نشری خطی هیدروژن، با افزایش طول موج نوارهای رنگی، فاصله میان خطوط افزایش می‌یابد.

(۴) تفاوت انرژی نور سرخ و بنفش بیشتر از تفاوت انرژی نور نیلی و سبز است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

۸۶. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا باید محاسبه کنیم که به‌ازای تشکیل یک مول  $\text{AlF}_3$  چند مول الکترون مبادله می‌شود:



$$12.04 \times 10^{23} e^{-} \times \frac{1 \text{ mole}^{-}}{6.02 \times 10^{23} e^{-}} \times \frac{1 \text{ mol AlF}_3}{3 \text{ mole}^{-}} \times \frac{84g \text{ AlF}_3}{1 \text{ mol AlF}_3}$$

$$= 56g \text{ AlF}_3$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

اگر در اتم یک عنصر زیرلایه  $4p$  در حال پرشدن باشد، زیرلایه  $4s$  و  $3d$  قطعاً پر شده است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) در جدول تناوبی  $20$  عنصر وجود دارد که و زیرلایه با  $l=2$  در آنها فاقد الکترون است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عنصر B نخستین فلز واسطه است و دارای ۸ الکترون با  $l = 0$  است.  
(۳) تفاوت شماره گروه C و D،  $\frac{1}{6}$  برابر تعداد الکترون‌ها با  $l = 2$  در A است.

(۴) مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی در بیرونی‌ترین زیرلایه D برابر ۱۶ است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی عبارت نادرست: مقایسه شعاع اتمی گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش تولید NaCl به صورت  $Na^+ > Cl^- > Na > Cl$  است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۹۴. گزینه ۳ صحیح است.

هر ترکیب یونی که تنها از دو عنصر ساخته شده است، ترکیب یونی دوتایی نامیده می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$6 \text{ mole}^- = \frac{2 \text{ mole}^-}{\frac{3}{5} \text{ mol ترکیب یونی}} \times \text{ترکیب یونی} = 1 \text{ mol} = ? \text{ mole}^-$$

$$\text{Mg}_3\text{N}_2 : 3 \times 2 = 6 \text{ mole}^- \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{3}{2}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

(۳) در دوره چهارم جدول تناوبی،  $l = 0$  عنصر وجود دارد که در بیرونی‌ترین زیرلایه خود ۲ الکترون دارند.  
(۴) مجموعه‌ای از زیرلایه‌ها با  $n$  برابر، یک لایه الکترونی را تشکیل می‌دهند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

آرایش الکترونی لایه ظرفیت همه عناصری که در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارند، یکسان نیست.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (پ) درست‌اند.  
بررسی عبارت‌های نادرست:  
(ب) در انتقال E، انرژی جذب شده است.  
(ت) نور حاصل از انتقال B، فرمز بوده و بیشترین طول موج را در بین انتقال‌ها ناحیه مرئی هیدروژن دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

اتم (۲) خود گاز نجیب است و تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارد.  
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عدد اتمی اتم (۴) برابر ۲۸ و عدد اتمی نخستین عنصری که لایه سوم آن کامل پر می‌شود (۲۹ Cu) است.

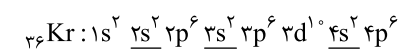
(۲) اتم (۳) منبذیم است که عدد اتمی آن ۱۲ بوده و شامل ۶ الکترون با  $l = 0$  است و دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی است.

(۴) آرایش الکترون - نقطه‌ای هلیوم به صورت  $\text{He}$  می‌باشد و در دسته S جدول تناوبی جای دارد.

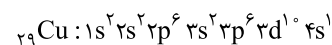
(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

عنصری که اتم آن دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه با اعداد کوانتومی  $n = 3$  و  $l = 2$  و دارای ۶ الکترون در زیرلایه با  $n = 4$  و  $l = 1$  است،  ${}_{36}\text{Kr}$  می‌باشد که در گروه ۱۸ و دوره ۴ جدول تناوبی است و عنصری از دسته p می‌باشد در حالی که هلیوم عنصری از دسته S است.



شمار الکترون‌های دارای  $l = 0$  در آن، دو برابر شمار ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن (۴) است. همچنین این عنصر نافلز بوده و شمار الکترون‌ها با  $l = 2$  در آن با شمار الکترون‌ها با  $l = 2$  در اتم  ${}_{29}\text{Cu}$  برابر است.



(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

تفاوت عدد اتمی A و B (۵)، برابر شمار الکترون‌های لایه ظرفیت  $({}_{28}{}^2{}_{26}{}^3)\text{C}$  است.

